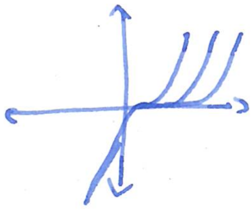
Gewöhnliche Differentialgleichungssysteme



I) Gegenbeispiel Eindeutigkeit einer Lösung: $y' = 3y^{\frac{2}{3}}$

$y(0) = -1$

Lös.: $y_s = \begin{cases} (x-1)^3 & x \le 1 \\ 0 & 1 < x < s \\ (x-s)^3 & x \ge s \end{cases}$

II) Trennung der Variablen

(Methode für Diffgl. 1. Ordnung)

III) Charakteristisches Polynom (für lineare Diffgl. d-ter Ordn.)

· hom. Pr.: $y(x) = \sum_i A_i e^{\alpha x}$ für α Nullstelle von dem

Ist α n-fache NS, schauen die Summanden zum Wert α

wie folgt aus: $\sum_{i=1}^{n} A_i x^{i-1} e^{\alpha x}$

Ist α sowie $\bar{\alpha}$ eine NS, funktioniert der Ansatz $A_1 e^{\beta x} \sin(\gamma x) + A_2 e^{\beta x} \cos(\gamma x)$

· inhom. Pr.: · $p(x) = q(x) e^{\alpha x} \Rightarrow$ Ansatz: $Q(x) e^{\alpha x} (x^{\ell})$

für $\deg(Q) = \deg(q)$; $\ell = VF - 1$ von α im char. Pol.

· reellwertige Lösungen: $e^{\alpha x}, e^{\bar{\alpha} x}$ ersetzt durch $e^{\beta x} \sin(\gamma x), e^{\beta x} \cos(\gamma x)$

IV) Anfangswertproblem $\dot{x}(t) = Ax(t)$ hat eindeutig bestimmte Lös.

$t \mapsto \exp(A(t - t_0)) x_0$

Insbes. ist eine durch 3. gefundene Lösung eines Anfangswertproblems eindeutig, auch, sofern eine Lösung auf einem Intervall I existiert, die inhomogene Lösung.

V) Picard-Lindelöf